Statistiska centralbyrån
Statistics Sweden

PM till Nämnden för KPI
Sammanträde nr 2
2017-05-15

ES/PR
Nilsson Peter
Ståhl Olivia

Prisuppdatering av vikter i elementärindex

För diskussion

Index på elementärnivå i KPI beräknas ofta som ett geometriskt medelvärde av priskvoter (Jevons formel). Minst lika ofta finns vikter tillgängliga som då används i indexberäkningen. Idag hanteras emellertid vikter olika inom olika produktgrupper - vissa vikter prisuppdateras, andra vikter prisuppdateras inte. I denna PM argumenteras för en mer konsekvent hantering av vikter på elementärnivå och, mer specifikt, för användningen av ett geometriskt Young index. Geometrisk Young kan ses som den viktade motsvarigheten till Jevons indexformel, då båda dessa formler approximerar en så kallad normalelasticitet (då efterfrågans priselasticitet är -1). Användning av Geometriskt Young inom elementäraggregaten då vikter finns tillgängliga föreslogs även i KPI-utredningen.

I praktiken föreslås att momentet med så kallad prisuppdatering av vikter slopas. Testberäkningar indikerar att effekten på index troligen blir marginell. SCB överväger en ändrad beräkning från 2018 och nämnden ges härmed möjlighet att komma med synpunkter på den planerade utformningen.

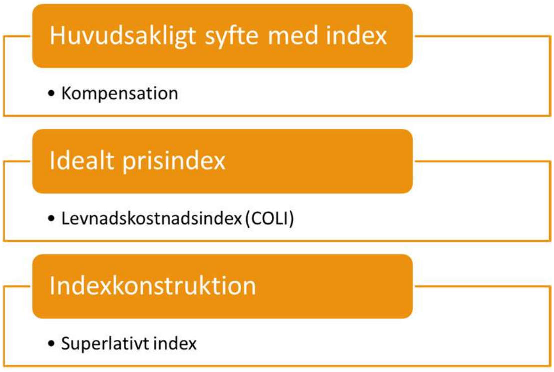
INNEHÅLL

1 Bakgrund

Utformningen av indexkonstruktionen i KPI grundar sig på ”KPI-utredningen” från 1999 (SOU 1999:124) och har beslutats i KPI-nämnden[1] efter att utredningens förslag på nya indexberäkningar fastslagits i budgetpropositionen 2001/02:1, bilaga 4 (nya riktlinjer för konsumentprisindex). Den nya indexkonstruktionen implementerades i KPI 2005.

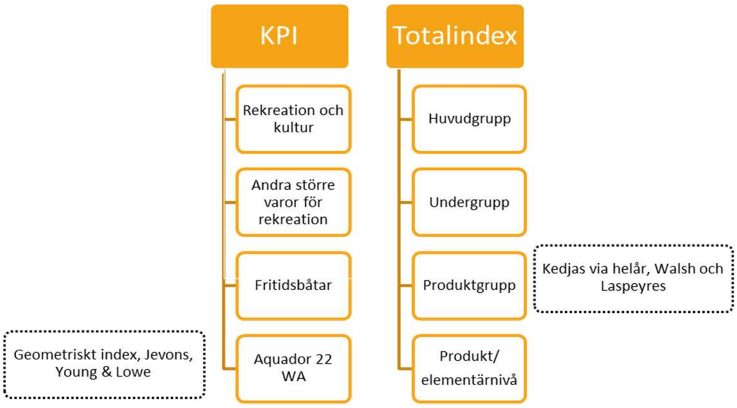
I indexutredningen betonas att superlativa index utgör den bästa approximationen till ett levnadskostnadsindex samt att konsumenternas substitutionsmöjligheter ska beaktas i beräkningarna, både inom s.k. elementäraggregat och på högre indexnivåer (se t.ex. sid 184). Bild 1 nedan sammanfattar argumentationen för val av index i Sveriges KPI.

Bild 1 – val av indexkonstruktion i tre steg.



Indexkonstruktionen i KPI består av beräkningar i två steg. I ett första steg vägs prisförändringar för enskilda produkter ihop till ett index för en produktgrupp. I nästa steg vägs de olika produktgrupperna ihop till en delgrupp, huvudgrupp eller totala KPI i enlighet med Walsh indexformel. För aktuell period beräknas även en preliminär indexlänk enligt Laspeyres indexformel. Bild 2 nedan sammanfattar indexhierarkin i KPI.

Bild 2 – Indexberäkning i flera steg.



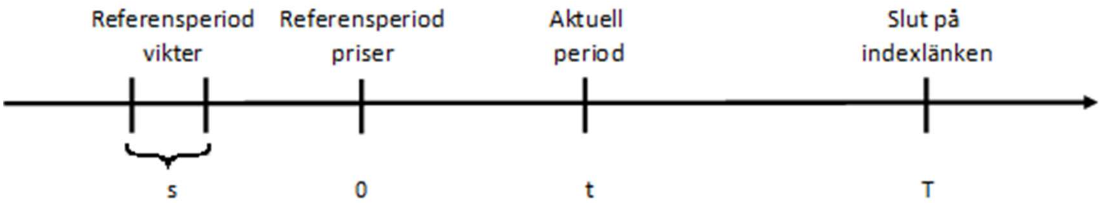
[1] Se möte nr. 221-223 under 2003 och 2004.

Vikter för KPI:s cirka 360 produktgrupper baseras framför allt på konsumtionsbelopp från nationalräkenskaperna. Andra källor nyttjas i viss mån och i några fall beräknas konsumtionsbeloppen i speciella kalkyler. Eventuella vikter på elementäraggregatsnivå dvs. inom en produktgrupp baseras främst på omsättningsuppgifter för enskilda företag i urvalet (t.ex. omsättningsuppgifter för försäljning av fritidsbåtar som i exemplet från bild 2 ovan). Sådana omsättningsuppgifter hämtas normalt från SCB:s företagsdatabas men även direkt från företagen i vissa fall. Ibland baseras vikterna på olika typer av kvantitetsuppgifter, såsom antal kilowattimmar el. Underlag för sådana kvantitetsuppgifter hämtas i praktiken från många olika källor.

Den allmänna bilden verkar vara att oviktad Jevons index är den enda indexformeln som används på elementärnivå. I Sverige är det dock relativt vanligt att använda vikter inom elementäraggregaten, för mer än halva viktsumman beräknas viktade index.

En typisk situation i KPI är att prisutvecklingen ska beräknas mellan perioden 0 och respektive månad, t, fram till månad T (se bild 3 nedan). Perioden 0 kan t.ex. vara december 2016 och T december 2017. Viktinformation, kvantiteter eller omsättning, finns normalt tillgänglig för en tidigare period, s. Denna period kan i exemplet vara helåret 2015, eller i undantagsfall 2016.

Bild 3 – Indexberäkningens olika perioder.



Två olika fall förekommer på den finaste nivån av KPI då vikter finns. Antingen beräknas vikterna direkt från de konsumtionsvärden som finns tillgängliga, dvs. baserade på perioden s, eller så ”prisuppdateras” dessa värden till perioden 0 innan vikterna beräknas. Prisuppdateringen innebär att vikterna omdateras från den prisnivå som gällde under period s till den nivå som gällde period 0. Omsättningsuppgifter skrivs då fram med ett prisindex för det specifika företaget, och kvantiteter multipliceras med prisläget i period 0. I KPI idag gäller att de flesta kalkylerna inom det så kallade centralprissystemet prisuppdateras. Däremot görs ingen uppdatering av vikterna för elementäraggregat inom livsmedel och kläder.

2 Syfte

Prisuppdatering av produkterbjudandevikter föreslås att slopas från och med 2018 i de fall geometriskt index används. Argumentet är främst att beräkningen av elementäraggregat i KPI bör göras på ett konsekvent sätt oavsett om vikter finns tillgängliga eller inte.

Nämnden ges möjlighet att komma med synpunkter på den planerade utformningen.

3 Prisuppdatering av vikter i elementärindex

3.1 Indexkonstruktion på aggregerad nivå

KPI kedjas via helår med länkar enligt Walsh. För aktuell period beräknas även en ”preliminär” länk enligt Laspeyres. (För närmare information om beräkningen på högre aggregeringsnivåer se t.ex. dokumentationen i SCBDOK.) Båda dessa typer av länkar kan skrivas som viktade summor av delindex:

$$I_{Walsh} = \sum_g w_g \cdot I_{g\,y-1}^{\;y}, \text{ med } w_g = \frac{\sqrt{\frac{V_g^y \cdot V_g^{y-1} \cdot P_g^{y-1}}{P_g^y}}}{\sum_g \sqrt{\frac{V_g^y \cdot V_g^{y-1} \cdot P_g^{y-1}}{P_g^y}}} \quad (1)$$

$$I_{Laspeyres} = \sum_g w_g \cdot I_{g\,y-2}^{\;y,m}, \text{ med } w_g = \frac{V_g^{y-2}}{\sum_g V_g^{y-2}} \quad (2)$$

där $V_g = P_g \times Q_g$ (med P för pris och Q för kvantitet) och summorna går över antalet produktgrupper i KPI (ca 360 st.). Indextalen, $I_{g\,y-1}^{\;y}$ respektive $I_{g\,y-2}^{\;y,m}$, utgör delindex för en viss produktgrupp. Samtliga delindex beräknas i sin tur utifrån elementärindex av typen $I_{y-1,12}^{y,m}$ för den aktuella gruppen, enligt:

$$I_{y-1}^{y} = \frac{I_{y-2,12}^{y-1,12} \cdot \left(\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{y-1,12}^{y,m}\right)}{\left(\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{y-2,12}^{y-1,m}\right)}$$

respektive

$$I_{y-2}^{y,m} = \frac{I_{y-3,12}^{y-2,12}}{\left(\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{y-3,12}^{y-2,m}\right)} \cdot I_{y-2,12}^{y-1,12} \cdot I_{y-1,12}^{y,m}$$

3.2 Indexkonstruktion för elementärindex

Beräkningen av elementärindex, $I_{y-1,12}^{y,m}$, görs huvudsakligen som ett geometriskt medelvärde. För att förenkla beteckningarna, låt fortsättningsvis 0 beteckna prisbastidpunkten $(y-1{,}12)$ och t prisreferenstidpunkten (y, m). Indexformeln för elementärindex kan då skrivas:

$$I_{Elementär} = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{P_i^t}{P_i^0}\right)^{w_i} \quad (3)$$

där n är antalet produkterbjudanden inom den aktuella produktgruppen och w_i är vikten på elementärnivå, den så kallade ”produkterbjudandevikten” (ett produkterbjudande definieras som en vald produkt i en vald butik). Vikten kan i sin tur skrivas $w_i = \frac{V_i}{\sum_{i=1}^{n} V_i} = \frac{P_i \cdot Q_i}{\sum_{i=1}^{n} P_i \cdot Q_i}$. I de fall där inga vikter finns att tillgå beräknas elementärindex oviktat, d.v.s. med $w_i = \frac{1}{n}$ i (3). Indexformeln (3) kallas Jevons index i sin oviktade form.

För produktgrupper som bedömts som särskilt prisoelastiska används istället en aritmetisk indexformel på elementärnivån. Detta gäller för vägning mellan olika kommunala taxor samt mellan pris för överföring av el respektive elnät. Ämnet för denna PM är dock de produktgrupper där index beräknas i enlighet med (3).

Elementärindex beräknas två gånger för samma period, första gången i samband med publicering av den aktuella månaden, och sedan i form av ”reviderade länkar” efter årets slut. Anledningen till att reviderade länkar beräknas är, framförallt, att viktunderlaget ofta uppdateras med ny information efter indexlänkens slut. I praktiken består samtliga komponenter i (1) och alla utom den sista termen i (2) av sådana reviderade länkar medan den sista termen i (2) baseras på en preliminär länk.

3.3 Prisuppdatering av vikter

Prisuppdateringar av värdebelopp görs ofta inför indexberäkningar i de fall beloppen relaterar till en annan period än den som prisjämförelsen utgår ifrån (jämför bild 3). I praktiken innebär prisuppdateringen att oförändrade kvantiteter antas mellan period s och 0; $Q_i^0 = Q_i^s$. Då kan vi nämligen skriva $V_i^0 = P_i^0 \cdot Q_i^0 \equiv P_i^0 \cdot Q_i^s = V_i^s \cdot \left(\frac{P_i^0}{P_i^s}\right)$. Om exempelvis den ursprungliga vikten ges av $w_i = \frac{V_i^0}{\sum V_i^0}$, så ges den prisuppdaterade motsvarigheten av

$$w_i = \frac{V_i^s\left(\frac{P_i^0}{P_i^s}\right)}{\sum V_i^s\left(\frac{P_i^0}{P_i^s}\right)}.$$

Det huvudsakliga argumentet för prisuppdateringar är att det resulterar i ett fastkorgsindex. (Se exempelvis Hansen, 2006, för en mer detaljerad diskussion.) Antag exempelvis att en Laspeyres-länk ska beräknas enligt (2) men att vi enbart har tillgång till värdebelopp för perioden *y-3*. Efter prisuppdatering enligt ovan får vi vikterna $w_i = \frac{V_i^{y-3}\left(\frac{P_i^{y-2}}{P_i^{y-3}}\right)}{\sum V_i^{y-3}\left(\frac{P_i^{y-2}}{P_i^{y-3}}\right)}$ och (2) förenklas till

$I = \frac{\sum Q_i^{y-3} P_i^{y,m}}{\sum Q_i^{y-3} P_i^{y-2}}$, ett så kallat Laspeyres-typ index baserat på en korg från år $y - 3$.

Geometriska index av typen (3) kan emellertid aldrig skrivas som fastkorgsindex, varför argumentet för att prisuppdatera geometriska index är mer oklart. Den främsta tanken med att prisuppdatera vikterna inom elementäraggregaten såsom ibland görs i KPI är dock att i någon mening ändå närma sig ett fastkorgsindex.

Prisuppdateringar är även relaterade till de antaganden som görs angående efterfrågans priselasticitet. Under antagande om en helt oelastisk efterfrågan så gäller ju att samma kvantiteter konsumeras oavsett prisnivå, och det blir enligt ovanstående resonemang logiskt att prisuppdatera vikterna. I det fallet antar (3) formen av ett så kallat Geometriskt Lowe index:

$$I_{GL} = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{P_i^t}{P_i^0}\right)^{\frac{P_i^0 Q_i^s}{\sum P_i^0 Q_i^s}} \qquad (4)$$

Om vi istället antar en normalelastisk efterfrågan så motsvarar det ett antagande om oförändrade värdevikter över tiden. Det finns i det fallet inga teoretiska skäl för att prisuppdatera vikterna. Om ingen prisuppdatering görs så blir resultatet att (3) antar formen av ett Geometriskt Young index:

$$I_{GY} = \prod_{i=1}^{n} \left(\frac{P_i^t}{P_i^0}\right)^{\frac{P_i^s Q_i^s}{\sum P_i^s Q_i^s}} \quad (5)$$

Ett Geometriskt Young index utgör i den meningen den viktade motsvarigheten till Jevons index (se även ILO, 2004, avsnitt 1.128, sid. 15). I KPI-utredningen uttrycks att ett antagande om normalelasticitet ofta utgör den bästa approximationen inom elementäraggregat, vilket motiverar användning av geometriskt Young på elementärnivå när vikter finns tillgängliga. Ett argument för att prisuppdatera vikterna i (3) skulle emellertid kunna vara att detta gör index mer robust mot antagandet om normalelasticitet.

3.4 Skillnader mellan Geometrisk Lowe och Geometrisk Young

En skillnad i egenskaperna mellan Geometriskt Lowe och Geometriskt Young är att Geometriskt Young uppfyller de två axiomatiska testerna *Time Reversal Test* och *Transitivity Test* (se ILO, 2004, avsnitt 16.132, sid 310, för definitioner), vilket inte gäller för Geometriskt Lowe. Huruvida resultaten av just dessa test är av stor betydelse eller inte kan förstås diskuteras, men i det oviktade fallet ses *Time Reversal Test* som ett viktigt kriterium för elementärindexformler (ILO, 2004, avsnitt 20.70, sid. 364). *Transitivity Test* är i sin tur ett intuitivt tilltalande test, applicerbart på vanligt förekommande situationer där ett företag antingen tillfälligt rear eller höjer sina priser. (I appendix beskrivs ett numeriskt exempel på en sådan situation.)

För att få en känsla av i vilka sammanhang (4) och (5) skiljer sig åt gör vi en omskrivning liknande Armknecht och Silver (2012): Låt $x_i = \frac{P_i^0}{P_i^s}$, $y_i = log\left(\frac{P_i^t}{P_i^0}\right)$ och $w_i^s = \frac{V_i^s}{\sum V_i^s}$, och notera att $log(I_{GL}) - log(I_{GY}) = \frac{\sum w_i^s x_i y_i}{\sum w_i^s x_i} - \sum w_i^s\, y_i$. Eftersom vikterna, w_i^s, är positiva och summerar till 1 så kan vi vidare skriva detta i termer av en form av väntevärden och kovarianser: $log(I_{GL}) - log(I_{GY}) = \frac{Cov(x_i, y_i)}{\mu_x} = \rho \cdot CV_x \cdot \sigma_y$, där $Cov(x_i, y_i) = \sum w_i^s x_i\, y_i - \sum w_i^s x_i \cdot \sum w_i^s\, y_i$ och $\mu_x = \sum w_i^s\, x_i$ (och övriga termer ges implicit ur dessa två). Omskrivningen innebär att skillnaden mellan (4) och (5) är stor om antingen

(i) det är en stor variation i priskvoterna, antingen för jämförelsen mellan period s och 0 eller för den mellan period 0 och t, eller om

(ii) prisutvecklingen mellan period s och 0 är korrelerad med prisutvecklingen mellan period 0 och t.

Då det är väl känt att variationen i priskvoter tenderar att öka med ökad inflation, kan vi utifrån (i) inse att skillnaden mellan (4) och (5) kan antas vara som störst under perioder med hög inflation. Vi ser dock även att om alla produkter har samma prisutveckling under någon av perioderna (s → 0 eller 0 → t), så att variationen i antingen x_i eller y_i är noll, så spelar det ingen roll om vi väljer att prisuppdatera eller inte. Detta kan vara ett rimligt antagande inom många elementäraggregat eftersom produkterna ofta är homogena. Att prisutvecklingen under de två perioderna är korrelerade, d.v.s. motsvarande (ii), innebär antingen att samma produkter som ökar/minskar i pris mellan period s och 0 även ökar/minskar i pris mellan period 0 och t (positiv korrelation), eller det motsatta. En positiv korrelation skulle alltså innebära att Geometriskt Young index blir mindre än motsvarande Geometriskt Lowe index, medan en negativ korrelation ger motsatt resultat.

3.5 Empiriska exempel

Tabell 1 nedan visar olika beräkningar av elementärindex för några utvalda produktgrupper och år. Förutom Geometrisk Lowe och Geometrisk Young index så har även dess aritmetiska motsvarigheter inkluderats i tabellen. Det är överlag små skillnader i utfall mellan de olika indexberäkningarna, vilket skulle kunna bero på att vikterna i KPI uppdateras så pass ofta (årligen).

Tabell 1 – Elementärindex i KPI under olika år beräknat med olika indexformler

		2015	2015	2016	2016	2015	2016
Indexbas, december		El kat 3	Båtar	El kat 3	Båtar	Rörlig ränta	Rörlig ränta
YOUNG	GEO	88,3	103,8	108,8	103,1	79,5	101,3
LOWE	GEO	88,3	103,8	108,8	103,1	79,5	101,3
YOUNG	ARIT	88,3	104,0	108,9	103,2	79,5	101,4
LOWE	ARIT	88,3	104,1	108,9	103,2	79,6	101,3
Publicerat KPI-index		88,3	103,8	108,8	103,1	79,5	101,3

Tabell 2 visar istället ett hypotetiskt resultat, för produktgrupp ”El kat 3”. Här har vi tittat på vilken effekt som skulle bli resultatet om ett stort bolag i urvalet höjde sina priser med ca 20% under året istället för cirka 10 procent (vilket var fallet i tabell 1), samtidigt som prisutvecklingen för övriga företag inte justeras.

Tabell 2 – Hypotetiska resultat för elementärindex i KPI, givet extrem utveckling för ett stort företag

		Faktisk	Exempel
	Index avseende dec 2016	El kat 3	El kat 3
YOUNG	GEO	108,78	109,99
LOWE	GEO	108,76	109,95

En produktgrupp i KPI, räntesatsindex, uppvisade särskild stor variation i priskvoterna, se (1) ovan, under perioden efter den finansiella krisen, vilket också innebar märkbara skillnader mellan Geometrisk Lowe och Geometrisk Young. Tabell 3 nedan visar skillnaderna i index under 2008-2010 respektive 2015-2016. Räntesatsindex i KPI vägs ihop av räntesatser för olika bindningstider, från 3 månader upp till 8 år.

Tabell 3 – Räntesatsindex under olika år beräknat med olika indexformler

Indexbas, december		2008	2009	2010	2015	2016
YOUNG	GEO	88,1	59,9	121,3	82,9	92,9
LOWE	GEO	87,0	64,7	117,2	83,0	93,1
YOUNG	ARIT	88,7	68,3	109,7	84,2	91,9
LOWE	ARIT	87,6	72,9	106,9	84,2	92,1

3.6 Slutsatser

Då varken Geometriskt Lowe eller Geometriskt Young utgör fastkorgsindex finns inget tydligt argument för de prisuppdateringar som ibland görs inom KPIs elementäraggregat (produktgrupper). När elementärindex beräknas utan vikter så görs detta utifrån Jevons index, som innebär ett implicit antagande om normalelasticitet. I denna PM argumenteras för en konsekvent indexberäkning på elementärnivå, vilket skulle innebära att index beräknas i enlighet med samma antagande även då vikter finns att tillgå. Rent empiriskt är det troligt med en marginell påverkan på KPI av en sådan förändring.

4 Referenser

Armknecht, Paul och Silver, Mick, (2012), "Post-Laspeyres: The Case for a New Formula for Compiling Consumer Price Indexes", *IMF Working Paper* WP/12/105, (International Monetary Fund, Washington, D.C,).

Hansen, Carsten Boldsen, (2006), "Price Updating of Weights in the CPI," presented at *the Ninth Meeting of the International Working Group on Price Indices*, London, England.

ILO, (2004), Consumer price index manual: Theory and practice. International Labour Organization.

SCBDOK (2017). Statistikens Framtagning – Konsumentprisindex (KPI). Tillgängligt via SCB:s webbplats http://www.scb.se/PR0101.

SOU 1999:124. Konsumentprisindex: Betänkande från utredningen om översyn av konsumentprisindex.

Appendix

En vanlig situation som kan innebära skillnader mellan (4) och (5) är tillfälliga priskampanjer/reaperioder. I exemplet nedan antar vi att fem olika företag säljer samma eller liknande produkter inom ett elementäraggregat. Låt oss vidare anta att alla fem företag i utgångsläget har samma omsättning i perioden s. Företag 1 rear sina priser till 50% under jan till dec 2016, omsättningsuppgifter kommer från helåret 2015.

Vi ser i tabell 3 att de olika indexberäkningarna genererar olika resultat. Om vi beräknar Laspeyres-länken (2) för perioden dec 2017 från dessa elementärindex får vi att Geometriskt Young och Aritmetiskt Lowe båda visar index på 100, vilket kan tyckas rimligt eftersom prisnivån återgått till ursprungsnivån efter en period av rea. Detta gäller dock inte för Geometriskt Lowe eller Aritmetiskt Young.

Tabell 3 – Exempel 1, företag 1 rear under 2016, priserna återgår sedan till ursprungsläget.

	Index					omsättning			vikt	
	dec15, 2015=100	dec16, dec15	dec16, 2015=100	dec17, dec16	dec17, 2015=100	omsättning 2015	omsättning dec 2015	omsättning dec 2016	vikt/revvikt 2016	vikt 2017
Företag 1	100	50	50	200	100,0	100	100	50	0,20	0,11
Företag 2	100	100	100	100	100,0	100	100	100	0,20	0,22
Företag 3	100	100	100	100	100,0	100	100	100	0,20	0,22
Företag 4	100	100	100	100	100,0	100	100	100	0,20	0,22
Företag 5	100	100	100	100	100,0	100	100	100	0,20	0,22
Summa						500	500	450	1,00	1,00
GEO_YOUNG	**100,0**	**87,1**	**87,1**	**114,9**	**100,0**					
GEO_LOWE	**100,0**	**87,1**	**87,1**	**108,0**	**94,0**					
YOUNG	100,0	90,0	90,0	120,0	108,0					
LOWE	100,0	90,0	90,0	111,1	100,0					

Även i det motsatta fallet, där företaget istället höjer sina priser under 2016, gäller att Geometriskt Lowe understiger Geometriskt Young index; se tabell 4. Skillnaderna är här ännu större än i exempel 1.

Tabell 4 – Exempel 2,företag 1 höjer priserna under 2016, priserna återgår sedan till ursprungsläget.

Index	dec15, 2015=100	dec16, dec15	dec16, 2015=100	dec17, dec16	dec17, 2015=100	omsättning 2015	omsättning dec 2015	omsättning dec 2016	vikt/revvikt 2016	vikt 2017
Företag 1	100	200	200	50	100,0	100	100,0	200,0	0,20	0,33
Företag 2	100	100	100	100	100,0	100	100,0	100,0	0,20	0,17
Företag 3	100	100	100	100	100,0	100	100,0	100,0	0,20	0,17
Företag 4	100	100	100	100	100,0	100	100,0	100,0	0,20	0,17
Företag 5	100	100	100	100	100,0	100	100,0	100,0	0,20	0,17
Summa						500	500,0	600,0	1,00	1,00
GEO_YOUNG	**100,0**	**114,9**	**114,9**	**87,1**	**100,0**					
GEO_LOWE	**100,0**	**114,9**	**114,9**	**79,4**	**91,2**					
YOUNG	100,0	120,0	120,0	90,0	108,0					
LOWE	100,0	120,0	120,0	83,3	100,0					

Notera slutligen att eftersom de fem företagen har samma omsättning så hade beräkningen alternativt kunnat gjorts med oviktad Jevons index. Det innebär att en oviktad och en viktad beräkning i denna situation ger olika resultat om prisuppdatering görs av vikterna.